

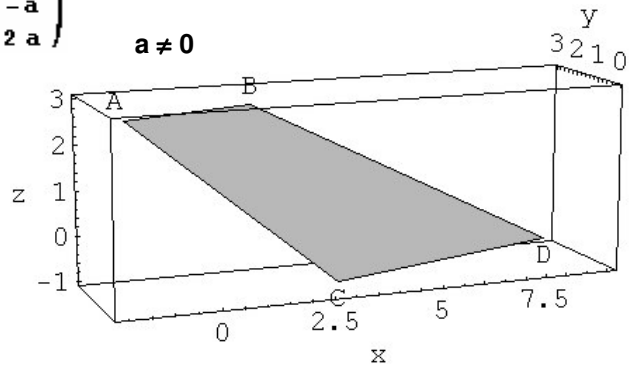
1) Für das Dreieck mit den Eckpunkten  $A(1; 2; 3)$   $B(0; 2; -1)$   $C(1; -2; 1)$  Sollen die Seitenlänge und die Innenwinkel berechnet werden.

2) Bestimmen Sie die Länge des Vektors

a)  $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$       b)  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$       c)  $\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$       d)  $\begin{pmatrix} a \\ -a \\ 2a \end{pmatrix}$

3) Berechnen Sie Seiten und Innenwinkel

- a) des Dreiecks mit den Ecken  $A(2; 3; -6)$ ,  $B(6; 4; 4)$ ,  $C(3; 7; 4)$   
 b) des Vierecks mit den Ecken  $A(-2; 0; 3)$ ,  $B(1; 1; 3)$ ,  $C(3; 1; -1)$ ,  $D(9; 3; -1)$



4) Wie groß ist  $\lambda$  wenn  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  orthogonal sind und wenn es gilt:  $\vec{u} = (2; \lambda; 1)$  und  $\vec{v} = (4; -2; -2)$

5) Eine Kraft  $\vec{F} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  verschiebt einen Körper von Punkt  $A(0; 0; 0)$  zum Punkt  $B(2; -3; 1)$ . Welche Arbeit wird dabei geleistet?

6) **Vektorprodukt:**  $\vec{a} \times \vec{b}$       **Spatprodukt:**  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$

Berechnen Sie die Vektor- bzw. Spatprodukte von

- a)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$       b)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$       c)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$   
 d)  $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 2a \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -a \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$       e)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

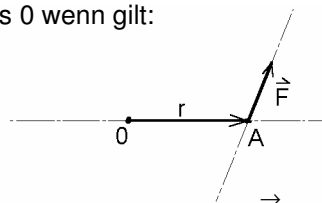
7) Wie groß ist der Flächeninhalt des Parallelogramms, das von  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$  aufgespannt wird?

8) Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks mit den Ecken  $A(0; 3; -2)$ ,  $B(1; 2; 0)$  und  $C(2; 4; -1)$ ?

9) Bestimmen Sie das Volumen des Spates, das von den Vektoren

$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  aufgespannt wird.

10) Eine Kraft  $F$  wirkt entlang einer Linie, die durch den Punkt  $A$  verläuft. Wie groß ist das Moment bezüglich des Punktes  $0$  wenn gilt:



$\vec{F} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

11) Berechnen Sie das Drehmoment  $\vec{T}$  aus einem System von Ladungen  $q_1 = 2$ ;  $q_2 = -3$  und  $q_3 = 1$  an den Positionen  $r_1 = (3, -2, 1)$ ;  $r_2 = (0, 1, 2)$  und  $r_3 = (0, 2, 1)$  im elektrischen Feld  $\vec{E} = -k$ .

12) Bestimmen Sie das Volumen des Spates das die Ecken  $A(0; 3; -2)$ ,  $B(1; 2; 0)$ ,  $C(3; 0; -1)$  und  $D(2; 4; -1)$  sowie die Kanten  $\vec{AB}$ ;  $\vec{AC}$  und  $\vec{AD}$  enthält.

1. Seitenlänge

$$|\overline{AB}| = \sqrt{17} ; \quad |\overline{AC}| = 2\sqrt{5} ; \quad |\overline{BC}| = \sqrt{21}$$

Innenwinkel

$$\alpha = 64,29^\circ ; \quad \beta = 61,55^\circ ; \quad \gamma = 54,15^\circ$$

$$2. L = 3 ; \quad L = 5 ; \quad L = \sqrt{46} ; \quad L = |a|\sqrt{6}, (a \neq 0)$$

$$3. a) |\overline{AB}| = \sqrt{117} ; \quad |\overline{AC}| = \sqrt{117} ; \quad |\overline{BC}| = \sqrt{18}$$

$$\alpha = 22,70^\circ ; \quad \beta = 78,69^\circ ; \quad \gamma = 78,69^\circ$$

$$b) |\overline{AB}| = 3,16 ; \quad |\overline{CD}| = 6,32 ; \quad |\overline{AC}| = 6,48 ; \quad |\overline{BD}| = 9,17$$

$$\alpha = 38,7^\circ ; \quad \beta = 141,3^\circ ; \quad \gamma = 26,2^\circ ; \quad \theta = 153,79^\circ$$

$$4. \lambda = 3$$

$$5. w = 1$$

$$6. a) \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} ; \quad b) 10 ; \quad c) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad d) \begin{pmatrix} -2a^2 \\ -2a^2 \\ a^2 \end{pmatrix} ; \quad e) 0$$

$$7. A = 3,46$$

$$8. A = 2,598$$

$$9. V_{\text{Spat}} = 8$$

$$10. |\overline{M}| = 7$$

$$11. \text{Ansatz: } \vec{\mu} = \sum_i \mathbf{q}_i \cdot \vec{r}_i, \quad \vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{E} \text{ und } \vec{E} = -\vec{k} = (0, 0, -1)$$

$$\vec{T} = 5\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$12. V = 15$$