

• Grenzwerte, gebrochen rationale Funktionen, Differenzialquotienten

1. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:
- | | |
|--|---|
| a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ | f) $\lim_{x \rightarrow 0} (2 \sin x \cdot \cos x)$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 5}{x - 1}$ | g) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + 2 \tan x)$ |
| c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x + 3)^2}{x + 3}$ | h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x}$ |
| d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ | i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x}{x}$ |
| e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 9x - 15}{x - 1}$ | k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x}$ |

2. Suchen Sie die Unstetigkeiten folgender Funktionen und skizzieren Sie sie!

- | | | |
|--------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $\frac{1}{x-1}$ | b) $\frac{x^2}{x}$ | c) $\frac{x^2-9}{x+3}$ |
| d) $\frac{e^x}{x}$ | e) $\frac{\cos x}{x}$ | f) $\frac{\sin x}{x}$ |
| | | g) $\frac{2x}{x^2-3x}$ |

3. Leiten Sie die Differentialquotienten ab für:

- a) x^3 b) 1 c) $8x + 3$ d) $2x^2 + 3x + 4$ e) $2/x^2$

• Grundregeln des Differenzierens

- | | |
|---|---|
| a) $y = 2x^4 - 3x^2 - 5x + 6$ | b) $y = -0.8x^3 + \sqrt{3}x^2 + 1.9x - 2$ |
| c) $y = -ax^4 + 3bx^2 + c^2x + d$ | d) $y = (4t - 1)^2$ |
| e) $y = (x - a)^2(x + a)$ | f) $y = (1 - x^{-4})(2x^2 + x^{-1})$ |
| g) $y = 6x^{\frac{4}{3}} - 2x^{\frac{-1}{3}} - 10x^{2/5}$ | h) $y = (2x^{-2/3} - 3x^{-1/2})^2$ |
| i) $v = v(s) = as - \frac{bs + C}{s^3}$ | k) $g = t\sqrt{t}$ |
| l) $y = \sqrt[3]{\sqrt{x}}$ | m) $y = x^2(\sqrt[4]{x^3})$ |

5. Welchen Wert hat die Ableitung der Funktion $y = f(x)$ an der Stelle x_1 (Tangentenberührung) und welchen Winkel bildet dort die Tangente mit der x-Achse?

a) $y = -\frac{2}{3}x^5 + 2x^3 - x^2 + 2$ $x_1 = -2$

b) $y = \frac{1 - \sqrt{x}}{x}$ $x_1 = 4$

6. Wo hat die Kurve $y = 2x^3 - 4x^2 + 2x - 5$ waagerechte Tangenten?

7. Differenzieren Sie nach der Produktregel oder Kettenregel :
- | |
|----------------------------------|
| a) $y = (1 - x - x^2)(x^3 + 2x)$ |
| b) $y = (2x^2 - 5)^2$ |

8. Differenzieren Sie:
- | | |
|---|------------------------------|
| a) $y = \frac{2x}{x-1}$ | c) $y = (x-1)(x^2-1)(x^3-1)$ |
| b) $y = \frac{4x^2 - 2x}{3x^3 - x + 4}$ | d) $y = (x-1)^4$ |

c) $y = (2x^2 - 4) \frac{2 - 4x^3}{5 - x}$

9. Für welche Werte von x steigt bzw. fällt die Kurve der Funktion:

und wo hat die Kurve waagerechte Tangenten? $y = \frac{x}{1 + x^2}$

Mathe-1

Übung 1 Lösungen

1. a) 2 ; b) 10 ; c) 0 ; d) 4 ;
 e) 21 ; f) 0 ; g) 1 ; h) 2 ;
 l) 1 ; k) 0

- 2) a) unstetig bei $x = 1$; b) unstetig bei $x=0$
 c) unstetig bei $x = -3$; d) unstetig bei $x=0$
 e) unstetig bei $x = 0$; f) unstetig bei $x = 0$
 g) unstetig bei $x = 0$ und $x = 3$

- 3) a) $3x^2$; b) 0 ; c) 8 ;
 d) $4x+3$; e) $-4/x^3$

4) a) $y' = 8x^3 - 6x - 5$

b) $y' = -2,4x^2 + 2\sqrt{3}x + 1,9$

c) $y' = -4ax^3 + 6bx + c^2$

d) $y' = 32t - 8$

e) $y' = 3x^2 - 2ax - a^2$

f) $y' = 4x - x^{-2} + 4x^{-3} + 5x^{-6}$

- 5) a) $y'(-2) = -25,33$; $\alpha = 92^\circ 16'$
 b) $y'(4) = 0$; $\alpha = 0^\circ$

g) $y' = 8x^{1/3} + \frac{2}{3}x^{-4/3} - 4x^{-3/5}$

- 6) $x_1 = 1$; $x_2 = 1/3$

h) $y' = \frac{-16}{3}x^{-7/3} + 14x^{-13/6} - 9x^{-2}$

i) $v' = a + 2bs^{-3} + 3cs^{-4}$

k) $g' = \frac{3}{2}\sqrt{t}$

7)

l) $y' = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$

a) $y' = -5x^4 - 4x^3 - 3x^2 - 4x + 2$

m) $y' = \frac{11}{4}x^4\sqrt{x^3}$

b) $y' = 8x(2x^2 - 5)$

c) $y' = (x^2 - 1)(x^3 - 1) + 2x(x - 1)(x^3 - 1) + 3x^2(x - 1)(x^2 - 1) = (x - 1)(6x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x - 1)$

d) $y' = 4(x - 1)^3$

a) $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$

8) b) $y' = \frac{-12x^4 + 12x^3 - 4x^2 + 32x - 8}{(3x^3 - x + 4)^2}$

c) $y' = 4 \cdot \frac{8x^5 - 50x^4 - 8x^3 + 59x^2 + 10x - 2}{(5 - x)^2}$

- 9) Die Kurve steigt für $x^2 < 1$ und fällt für $x^2 > 1$.

$x_{1,2} = \pm 1$